

2021年度神戸大学工学部第3年次編入学試験 問題用紙
数 学

(2020年8月19日実施)

(その1)

注意1: 答えは各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。

注意2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

1. $n \geq 2$ を自然数とし, X をすべての成分が $\frac{1}{n}$ であるような n 次正方行列とする. 以下の各問に答えよ.

(1) X^2 を X で表わせ. ただし X^2 以外の形で表すこと.

(2) X の固有値とその重複度を求めよ.

(3) X を対角化せよ. 対角化できる場合は変換の行列 P も与えること.

2. $A = (a_{ij})$ を3次正方行列とする. A は1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9を1つずつ成分としてもち,

• 各 $i = 1, 2, 3$ について $a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} = \lambda$

• 各 $j = 1, 2, 3$ について $a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} = \lambda$

• $a_{11} + a_{22} + a_{33} = a_{13} + a_{22} + a_{31} = \lambda$

を満たす自然数 λ が存在すると仮定する. このとき, A は3次の魔方陣と呼ばれる. 以下の各問に答えよ.

(1) $\lambda = 15$ を示せ.

(2) $a_{22} = 5$ を示せ.

(3) $1 + x + y = 15, 1 < x < y \leq 9$ となる自然数 x, y の組 (x, y) をすべて求めよ.

(4) $\det A$ の絶対値を求めよ. またこの値の一意性を示せ.

2021年度 神戸大学工学部第3年次編入学試験 問題用紙
数 学

(2020年8月19日実施)

(その2)

注意1: 答えは各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。

注意2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

3. 次のように $F(x, y)$ を定める。

$$F(x, y) = x^3 - 3xy + y^2 - 3y$$

$F(x, y) = 0$ で定められる x の陰関数 y について、以下の各問に答えよ。

- (1) $\frac{dy}{dx} = 0$ となる x の値とそのときの y の値の組 (x, y) をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた x の各値における $\frac{d^2y}{dx^2}$ の値を求めよ。
- (3) (1) で求めた x の各値において陰関数 y は極大となるか、極小となるか、そのいずれでもないかを答えよ。

4. xy 平面上の閉領域 D を

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

と定め、

$$z = x^2 - y^2 \quad ((x, y) \in D)$$

で表される xyz 空間内の曲面を S とする。以下の各問に答えよ。

- (1) S と D で挟まれた部分の体積

$$V = \int_D |x^2 - y^2| dx dy$$

を求めよ。

- (2) S の曲面積を求めよ。