

2020年度 神戸大学工学部第3年次編入学試験 問題用紙  
数 学

(2019年8月21日実施)  
(その1)

注意 1: 答えは各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。  
注意 2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

1.  $a$  を実数とする.  $x, y, z$  に関する連立1次方程式

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

を解け.

2. 正方行列  $X$  の固有値  $\lambda$  に対する固有空間を  $V_X(\lambda)$  とする. 以下の問に答えよ.

- (1)  $X, Y$  を  $XY = YX$  となる正方行列とする.  $x \in V_X(\lambda)$  のとき,  $Yx \in V_X(\lambda)$  を示せ.
- (2)  $X$  を対称行列とし,  $\lambda, \mu$  を  $X$  の異なる固有値とする.  $V_X(\lambda)$  の要素と  $V_X(\mu)$  の要素は直交することを示せ.

(3) 行列

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

に対し,  $X, Y$  の固有値と固有空間をすべて求めよ.

- (4) (3) の行列  $X, Y$  に対し,  $P^{-1}XP$  と  $P^{-1}YP$  がともに対角行列になるような正則行列  $P$  を1つ求めよ.

2020年度 神戸大学工学部第3年次編入学試験 問題用紙  
数 学

(2019年8月21日実施)

(その2)

注意1: 答えは各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。

注意2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

3.  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y$  とする。

(1)  $f(x, y)$  の極値を求めよ。

(2) 条件  $x^2 + y^2 \leq 5$  の表す領域は有界閉集合なので、 $x^2 + y^2 \leq 5$  という条件のもとで連続関数  $f(x, y)$  は最大値と最小値をもつ。この最大値と最小値を求めよ。

4. 以下の式を計算せよ。

(1)  $xy$  平面上の領域

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$$

が極座標変換  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) によって対応する  $\theta r$  平面  
上の領域を  $E$  とする。  $D$  と  $E$  を図示せよ。

(2)  $xyz$  空間内の領域  $A, B$  を次のように定める。

$$A = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq z\},$$

$$B = \{(x, y, z) \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}.$$

$A$  と  $B$  の共通部分の体積を求めよ。