

受験番号

(平成30年8月22日実施)

(3枚中の1枚)

科目名

物 理

採 点

I. 以下の文章内の□に式または数値を入れなさい。ここで、時間微分は $\frac{dx}{dt}=\dot{x}$, $\frac{d^2x}{dt^2}=\ddot{x}$ のように表記すること。

また、解答は解答欄に記入すること。

(1) 2次元直角直線座標 (x, y) で速度は $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, 加速度は $a_x = \ddot{x}$, $a_y = \ddot{y}$ と表され, 質量 m の質点の運動方程式は $F_x = ma_x = m\ddot{x}$, $F_y = ma_y = m\ddot{y}$ と表せる. この運動について平面極座標 (r, θ) [$x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$] で速度, 加速度を v_r, \dot{r}, \ddot{r} , $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ を用いて表すと, 速度は $v_r = \dot{r}$, $v_\theta = \boxed{\text{ア}}$, 加速度は $a_r = \boxed{\text{イ}}$, $a_\theta = \boxed{\text{ウ}}$ と表される. 運動方程式は $F_r = ma_r$, $F_\theta = ma_\theta$ である. 惑星の運動など中心力のみが質点に作用する運動について考察すると, $F_\theta = 0$ より $\frac{d}{dt}(\boxed{\text{エ}}) = 0$, すなわち, ケプラーの第2法則(面積速度一定)が導かれる. また, さらに, $r =$ 一定の円運動をしている場合, 中心力 F_r が遠心力と釣り合っていることから, 遠心力の大きさは角速度 $\dot{\theta}$ を用いて $F = \boxed{\text{オ}}$ と導かれる.

(2) カーブを曲がる車両には遠心力が作用し, 遠心力が限界を超えると車両は横転してしまう. この問題を図1のような簡単なモデルについて考察する. 質量 m の車両の重心Gが速度 v で回転半径 r の円周上を走行するとき, 重心Gが地面より H の高さにあり, 車輪の間隔が $2W$ であるとする. 遠心力によって車両を横転させようとするモーメントの大きさは外側の車輪の端O点を中心として, $M_f = \boxed{\text{カ}}$ となる. 一方, 重力加速度を g とすると, 重力により車両をもとに戻そうとするモーメント $M_g = \boxed{\text{キ}}$ が働く. このモーメントの関係から速度が $v > \boxed{\text{ク}}$ のときカーブの内側の車輪が地面から離れ横転する. 例えば, 質量 $m = 1000[\text{kg}]$, 重心高さ $H = 1[\text{m}]$, 車輪間隔 $2W = 2[\text{m}]$ の車両が回転半径 $r = 20[\text{m}]$ のカーブを時速 $v = \boxed{\text{ケ}}[\text{km/h}]$ 以上の速度で曲がると横転する危険がある.(車輪の横滑りは考えない. $g = 9.8[\text{m/s}^2]$ として計算せよ.)

ところで, 近年, カーブを曲がろうとした車両がカーブの手前で減速し, 上記の速度条件よりゆっくりとした速度で走行したにもかかわらず横転してしまうという事故が起こった. この車両は重い積荷を積んでおり, また, 地面の凸凹による振動を防ぐため車両を支えるサスペンションが柔らかい仕様になっていた. カーブに入った車両はカーブを抜ける頃にカーブの外側ではなく内側に横転してしまった. この現象について, 高速回転する軸の重心が偏芯しているとある危険回転速度で軸の破壊が起きる現象を参考に考察しよう.

質量 m , 偏芯 r の軸が角速度 ω で回転しているとき, 軸の重心位置は, 回転による遠心力で偏芯位置よりさらに δr だけ回転中心からずれ, $r + \delta r$ だけ離れた位置となる. このとき回転軸に働く遠心力は $f_o = \boxed{\text{ク}}$ となる. 軸の δr のずれに対する軸受けの剛性抵抗力を $f_k = k\delta r$ (k は剛性定数)とすると $f_o = f_k$ より $\frac{\delta r}{r} = \boxed{\text{サ}}$ となるので, $\omega = \boxed{\text{シ}}$ のとき $\delta r = 0$ となり軸は破壊する.

この危険回転速度と同じ状況がカーブを曲がる車両に起こったと考えられる. すなわち柔らかいサスペンションと重い積荷による共振現象が揺り戻しとなって車両に働き, 車両はカーブの外側ではなく内側に横転してしまった. 回転半径 r のカーブを速度 v で走行する車両の回転角速度は $\omega = \boxed{\text{ス}}$ であるので, 遠心力に抵抗して質量 m の車両の重心位置を戻そうとする定数を k とすると, 速度 $v = \boxed{\text{セ}}$ で横転することになる.(図2:ここで現象を簡単に考察するために車輪の重量や重力の影響などは無視している.)例えば, 質量 $m = 1000[\text{kg}]$, $k = 250[\text{kg/s}^2]$ の車両が回転半径 $r = 20[\text{m}]$ のカーブを曲がるとき, 時速 $v = \boxed{\text{ソ}}[\text{km/h}]$ の速度に減速してカーブを曲がると, 揺り戻しによって横転する危険があることがわかる.

受験番号	
------	--

(平成30年8月22日実施)

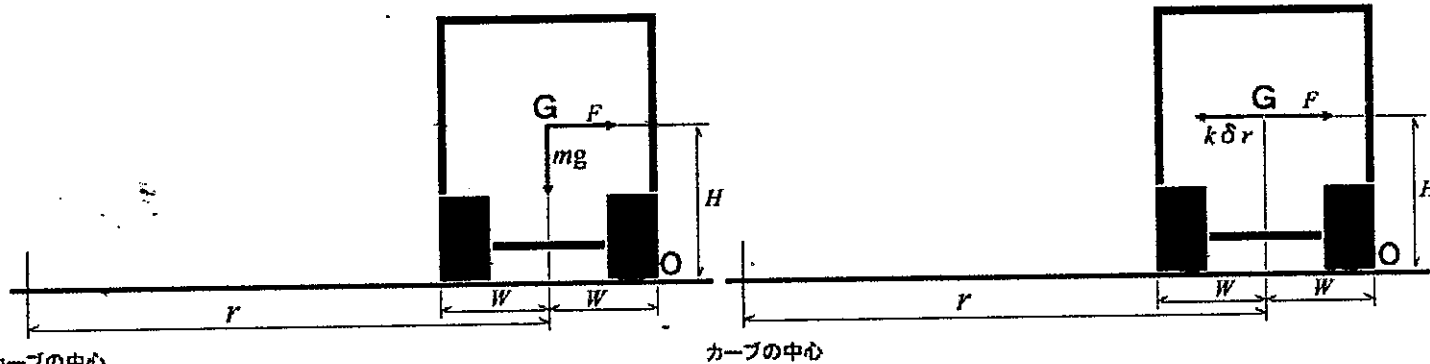
(3 枚中の 2 枚)

科目名	物 理
-----	-----

採 点	
-----	--

図 1

図 2



カーブの中心
解答欄

カーブの中心

ア $v_{\theta} =$	イ $a_r =$	ウ $a_{\theta} =$
エ $\frac{d}{dt} (\quad) = 0$	オ $F =$	カ $M_f =$
キ $M_g =$	ク $v >$	ケ $v = \quad \text{km / h}$
コ $f_{\omega} =$	サ $\frac{\delta r}{r} =$	シ $\omega =$
ス $\omega =$	セ $v =$	ソ $v = \quad \text{km / h}$

受験番号	
------	--

(平成30年8月22日実施)

(3 枚中の 3 枚)

科目名	物 理
-----	-----

採点	
----	--

II. 以下の(1)と(2)の問題中の(ア)~(コ)に入る適切な式または文字等を答えなさい。解答は、文章中の記号を用いて、解答欄に記入すること。ただし、円周率を π とする。

(1) 図1に示す環状鉄心に導線が一様に巻かれた環状ソレノイドを考える。環状ソレノイドは、半径が a である円形断面をもち、中心軸からの中心半径が R であるとする。導線は密に巻かれているものとし、総巻き数を N とする。導線には電流 I が流れているものとし、真空の透磁率を μ_0 とし、環状鉄心の透磁率を μ_1 とする。

図1における右側の円形断面内において、極座標 (r, θ) で表される点 X を考えると、環状ソレノイドの内部での点 X における磁界の強さは(ア)となる。一方、環状ソレノイドの外部では、磁界の強さは(イ)となる。したがって、環状ソレノイドを貫く全磁束は(ウ)となり、環状ソレノイドの自己インダクタンスは(エ)となる。特に、円形断面の半径 a が中心軸からの中心半径 R と比べて十分に小さいとき($a \ll R$)には、環状ソレノイドの自己インダクタンスは(オ)となる。

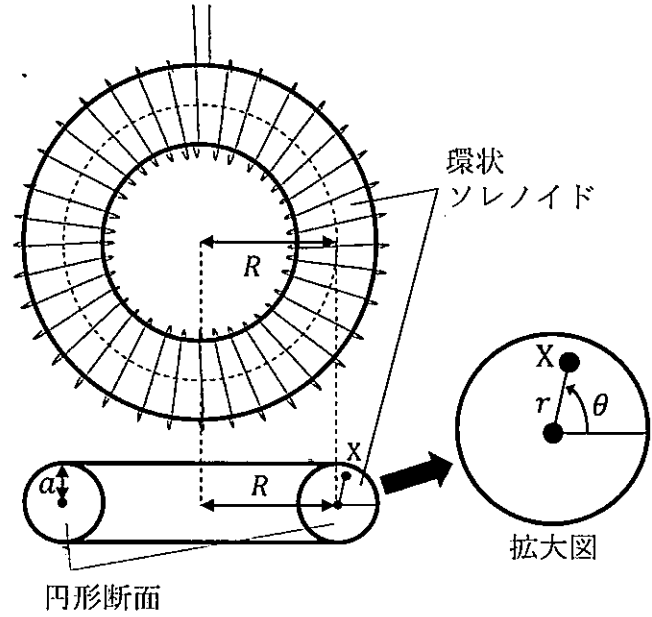


図1

なお、必要に応じて $(1-x)^{1/2} \cong 1-x/2$ ($|x| \ll 1$), $\int_0^{2\pi} \frac{dz}{x+y \cos z} = \frac{2\pi}{\sqrt{x^2-y^2}}$ ($x > y > 0$)を用いてよい。

(2) 図2に示すように、2種類の誘電体Aと誘電体Bを平行にはさんだ平行平板コンデンサを考える。平行平板コンデンサの両極板の面積を S であるとし、誘電体Aは厚さ d_A 、誘電率 ϵ_A 、面積 S であるとし、誘電体Bは厚さ d_B 、誘電率 ϵ_B 、面積 S とする。コンデンサの端の効果、重力の影響は無視できるものとする。

両極板には、電池によって直流電圧 V が加えられているとする。コンデンサの静電容量は(カ)となり、誘電体Aには電圧(キ)がかかり、誘電体Bには電圧(ク)がかかる。また、コンデンサの静電エネルギーは(ケ)であることから、両極板には大きさ(コ)の力が作用する。

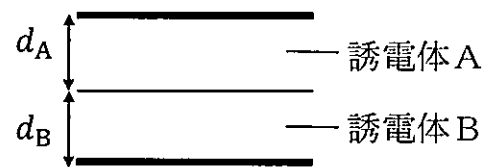


図2

解答欄

(ア)	(イ)	(ウ)	
(エ)	(オ)	(カ)	
(キ)	(ク)	(ケ)	
(コ)			