

平成 29 年度 神戸大学工学部編入試験問題用紙
数 学

(平成 28 年 8 月 22 日実施)

(その 1)

注意 1: 答案は各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること.

注意 2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと.

1. a を実数とする. 自然数 n に対して, 対角成分が全て a であり, それ以外の成分が全て 1 である n 次正方行列を A_n とする. 以下の各問に答えよ.

$$A_n = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & a & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & a \end{bmatrix}$$

- (1) $|A_n| = (a + n - 1)(a - 1)^{n-1}$ であることを示せ. ただし $0^0 = 1$ とする.
- (2) $a = 1$ とする. A_n の階数を求めよ. また, 同次連立方程式 $A_n x = 0$ の解空間の次元と基底を求めよ.
- (3) $a = -n + 1$ とする. A_n の階数を求めよ. また, 同次連立方程式 $A_n x = 0$ の解空間の次元と基底を求めよ.

2. $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ とする. また, $\{a_1, a_2, a_3\}$ を $\mathbb{R}^3$ の基底とし, この基底についての表現行列が A である $\mathbb{R}^3$ から $\mathbb{R}^3$ への線形写像を T とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) A^n を求めよ.
- (3) T の核 $\text{Ker}(T)$ と像 $\text{Im}(T)$ の基底をそれぞれ求めよ. なお, 基底を構成するベクトルは a_1, a_2, a_3 の一次結合で表すこと.
- (4) n を自然数とすると, T の n 回の合成を T^n で表す. $T^n(a_1), T^n(a_2), T^n(a_3)$ をそれぞれ a_1, a_2, a_3 の一次結合で表せ.

平成 29 年度 神戸大学工学部編入試験問題用紙
数 学

(平成 28 年 8 月 22 日実施)

(その 2)

注意 1: 答案は各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。

注意 2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

3. $f(x, y) = \sin(xy)$ とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) f の 1 階と 2 階の偏導関数を全て求めよ.
- (2) f のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ.
- (3) f の極値を調べよ.

4. xz 平面において, 曲線 $z = \sqrt{8 - x^2}$ (ただし $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$), 直線 $z = x$, および z 軸で囲まれた領域を D とする. また, xyz 空間内において, z 軸を回転軸として D を 1 回転して得られる立体を V とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) D の概形を描け.
- (2) D の面積を求めよ.
- (3) V の体積を求めよ.
- (4) $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz$ の値を求めよ.