

平成 28 年度 神戸大学工学部第 3 年次編入学試験問題用紙
数 学

(平成 27 年 8 月 26 日実施)

(その 1)

注意 1: 答案は各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること。

注意 2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと。

1. k を整数とし,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & k & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & -k \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad j = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

とおく. 以下の各問に答えよ.

- (1) A が正則であるための k の条件を求めよ.
- (2) $k = 1$ のとき, 連立一次方程式 $Ax = j$ の解を求めよ.
- (3) A が正則行列であるとき, A の逆行列の成分がすべて整数となるための必要十分条件は $k = 1$ であることを示せ.

2. 自然数 n に対して, 次数 n 以下の実数係数 1 変数多項式全体からなる実ベクトル空間 $\mathcal{P}_n$ を考え,

$$H_n(x) = e^{x^2} \left(\frac{d}{dx} \right)^n e^{-x^2}$$

とおく. 以下の各問に答えよ.

- (1) $H_0(x), H_1(x), H_2(x)$ を具体的に求めよ.
- (2) $H_n(x)$ が次数 n の多項式であることを示せ.
- (3) $H_0(x), H_1(x), \dots, H_n(x)$ が $\mathcal{P}_n$ の基底をなすことを示せ.
- (4) $0 \leq m < n$ を満たす任意の整数 m について, 次の式が成り立つことを示せ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^m H_n(x) e^{-x^2} dx = 0$$

平成28年度 神戸大学工学部第3年次編入学試験問題用紙
数 学

(平成27年8月26日実施)
(その2)

注意1: 答案は各問題ごとに指定された答案用紙に記入すること.
注意2: 本問題用紙は試験終了後に回収するので持ち帰らないこと.

3. xy 平面上に4点 $P = (0, \pi)$, $Q = (\pi, 0)$, $R = (2\pi, \pi)$, $S = (\pi, 2\pi)$ をとり,
四辺形 $PQRS$ で囲まれた領域 (周上の点も含む) を D とする.

関数 $f(x, y) = \cos x + \sin y$ について以下の各問に答えよ.

- (1) D の内部における $f(x, y)$ の極値を調べよ.
(ここで, D の内部とは D から周上の点を除いた領域である.)
- (2) D における $f(x, y)$ の最大値と最小値を求めよ.

4. 以下の各問に答えよ.

- (1) $x = \sin^2 \theta$ と変数変換して, 次の積分の値を求めよ.

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$$

- (2) 次の xy 平面上の領域 D を図示せよ.

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq x + y \leq 4, 0 \leq x, 0 \leq y\}.$$

- (3) 変数変換 $x = st$, $y = s(1-t)$ により, 次の st 平面上の領域 E が (2) の領域 D に1対1に写されることを示せ.

$$E = \{(s, t) \mid 1 \leq s \leq 4, 0 \leq t \leq 1\}.$$

- (4) 次の重積分の値を求めよ. ただし, D は (2) で定義した領域とする.

$$\iint_D \sqrt{\frac{x}{y(x+y)}} dx dy$$